Université Paris-Diderot | Année 2013-2014
MA2 - Algèbre et analyse élémentaires II | L1 MASS

Dévoir surveillé 1

18 février 2014

Question du cours. Donner la définition de rang de la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \dots & a_{m,n} \end{pmatrix}.$$

Exercice 1. Dans $\mathbb{R}^4$, on considère les sous-espaces vectoriels

$$E_1 = \left\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \,\middle|\, x+y-z=0 \text{ et } y-t=0\right\} \qquad \text{et} \qquad E_2 = \mathrm{Vect}(v_1, v_2),$$

avec $v_1 = (1,1,2,0)$ et $v_2 = (0,2,2,1)$.

(a) Donner une base de $E_1 \cap E_2$.

(b) Donner une base de $E_1 + E_2$.

(c) Déterminer un supplémentaire de $E_1 + E_2$ dans $\mathbb{R}^4$.

Exercice 2. Soit

$$A_m := \begin{pmatrix} 1 & m & 2m+1 \\ -2 & 2 & m+3 \\ m & 1 & m+2 \end{pmatrix}$$

(a) Discuter quel est le rang de A_m selon les valeurs du réel m.

(b) Pour quelles valeurs de m est A_m inversible ?

(c) Pour $m = 0$, donner l'inverse de A_0.